

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 1 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΔΥΟ (2)

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζουμε n -οστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού α ;

Μονάδες 7

A2. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

Μονάδες 8

A3. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις επόμενες προτάσεις:

α) Ισχύει ότι $|\alpha| + |\beta| = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ ή $\beta = 0$.

β) Αν $\frac{\alpha}{\beta} < 1$, τότε $\frac{\beta}{\alpha} > 1$.

γ) Για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ ισχύει $|\alpha|^2 = \alpha^2$.

δ) Για κάθε $\alpha, \beta \geq 0$ ισχύει $\sqrt[n]{\alpha + \beta} = \sqrt[n]{\alpha} + \sqrt[n]{\beta}$.

ε) Ισχύει ότι $d(\alpha, \beta) = d(\beta, \alpha)$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η παράσταση $A = \frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 9\alpha + 18}{\alpha^2 + 2\alpha}$, $\alpha > 0$.

B1. Να αποδείξετε ότι: $\alpha^3 + 2\alpha^2 + 9\alpha + 18 = (\alpha^2 + 9)(\alpha + 2)$.

Μονάδες 7

B2. Για κάθε $\alpha > 0$ να αποδείξετε ότι $A = \frac{\alpha^2 + 9}{\alpha}$.

Μονάδες 8

B3. Να αποδείξετε ότι $A \geq 6$. Πότε ισχύει η ισότητα $A = 6$;

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι αριθμοί:

$$\alpha = (\sqrt{27} - \sqrt{12})(\sqrt{75} - \sqrt{48} + \sqrt{3}), \quad \beta = \sqrt[12]{2^7} \cdot \sqrt[12]{2^5}$$

$$\text{και } \gamma = \sqrt{10} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{6}} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{6}}$$

Γ1. Να βρείτε τους αριθμούς α, β, γ .

Μονάδες 12

Γ2. Αν $\alpha = 6, \beta = 2, \gamma = 10$ τότε να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{\gamma}{\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή και να καταλήξετε σε ανάγωγο κλάσμα.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ Δ

Για τους πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι

- $|\alpha - 2| \leq 1$
- $|\beta - 3| \leq 2$

Δ1. Να αποδειχθεί ότι $1 \leq \alpha \leq 3$.

Μονάδες 4

Δ2. Να βρεθεί μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται ο β .

Μονάδες 5

Δ3. Να βρεθεί μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η παράσταση $2\alpha - 3\beta$.

Μονάδες 7

Δ4. Να βρεθεί μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η παράσταση $\frac{\alpha}{\beta}$.

Μονάδες 9

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!